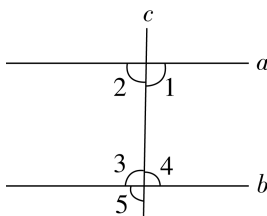


数 学

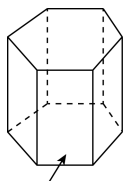
(本试卷共 24 道题 满分 120 分 考试时间 120 分钟)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

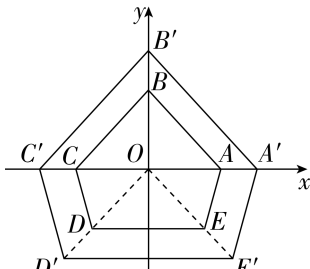
1. $\frac{3}{4}$ 的相反数是 ()
A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$
2. 如图所示,直线 a, b 被直线 c 所截.若 $a \parallel b, \angle 1 = 91^\circ$, 则 ()
A. $\angle 2 = 91^\circ$ B. $\angle 3 = 91^\circ$ C. $\angle 4 = 91^\circ$ D. $\angle 5 = 91^\circ$



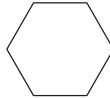



(第 2 题图)



(第 4 题图)



(第 6 题图)

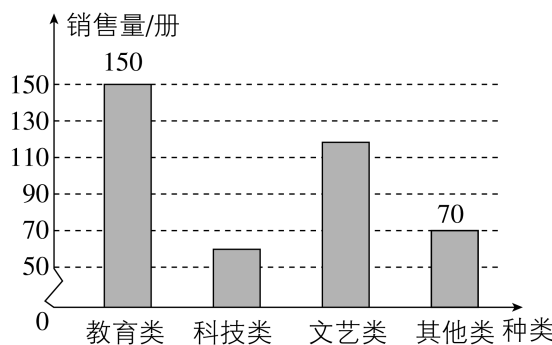
3. 国家税务总局发布的数据显示,2024 年,现行支持科技创新和制造业发展的主要政策减税降费及退税达 26 293 亿元,助力我国新质生产力加速培育、制造业高质量发展.将数 2 629 300 000 000 用科学记数法表示为 ()
A. 26.293×10^{11} B. 2.6293×10^{12}
C. 0.26293×10^{13} D. 2.6293×10^{13}
4. 底面是正六边形的直棱柱如图所示,其俯视图是 ()
A.  B.  C.  D. 
5. 已知反比例函数 $y = \frac{-7}{x}$. 下列选项正确的是 ()
A. 函数图象在第一、三象限 B. y 随 x 的增大而减小
C. 函数图象在第二、四象限 D. y 随 x 的增大而增大
6. 如图,五边形 $ABCDE, A'B'C'D'E'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形,已知点 A, A' 的坐标分别为 $(2, 0), (3, 0)$. 若 DE 的长为 3, 则 $D'E'$ 的长为 ()
A. $\frac{7}{2}$ B. 4 C. $\frac{9}{2}$ D. 5

7. 手工社团的同学制作两种手工艺品 A 和 B,需要用到彩色纸和细木条,单个手工艺品材料用量如下表.

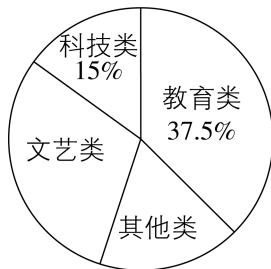
| 材料 \ 类别 | 彩色纸(张) | 细木条(捆) |
|---------|--------|--------|
| 手工艺品 A | 5 | 3 |
| 手工艺品 B | 2 | 1 |

- 如果一共用了 17 张彩色纸和 10 捆细木条,问他们制作的两种手工艺品各有多少个? 设手工艺品 A 有 x 个,手工艺品 B 有 y 个,则 x 和 y 满足的方程组是 ()
- A. $\begin{cases} 5x+3y=17, \\ 2x+y=10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x+3y=10, \\ 2x+y=17 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x+2y=17, \\ 3x+y=10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x+2y=10, \\ 3x+y=17 \end{cases}$
8. 某书店某一天图书的销售情况如图所示. 根据以上信息,下列选项错误的是 ()
- A. 科技类图书销售了 60 册 B. 文艺类图书销售了 120 册
C. 文艺类图书销售占比 30% D. 其他类图书销售占比 18%

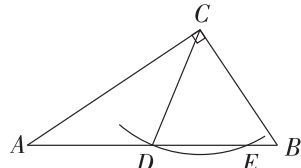
书店某天图书销售情况条形统计图



书店某天图书销售情况扇形统计图

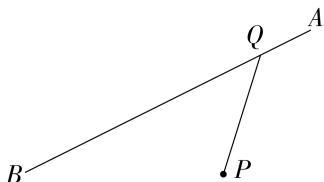


(第 8 题图)

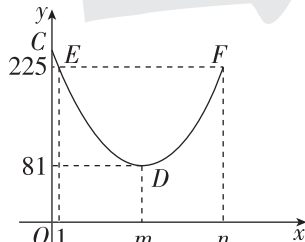


(第 9 题图)

9. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 35^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线,以点 C 为圆心, CD 长为半径作弧,与 AB 的另一个交点为点 E . 若 $AB = 2$, 则 \widehat{DE} 的长为 ()
- A. $\frac{1}{9}\pi$ B. $\frac{2}{9}\pi$ C. $\frac{11}{36}\pi$ D. $\frac{7}{18}\pi$
10. 为了实时规划路径,卫星导航系统需要计算运动点与观测点之间距离的平方. 如图(1),点 P 是一个固定观测点,运动点 Q 从 A 处出发,沿笔直公路 AB 向目的地 B 处运动. 设 AQ 为 x (单位: km) ($0 \leq x \leq n$), PQ^2 为 y (单位: km^2). 如图(2), y 关于 x 的函数图象与 y 轴交于点 C ,最低点 $D(m, 81)$, 且经过 $E(1, 225)$ 和 $F(n, 225)$ 两点. 下列选项正确的是 ()
- A. $m = 12$ B. $n = 24$
C. 点 C 的纵坐标为 240 D. 点 $(15, 85)$ 在该函数图象上



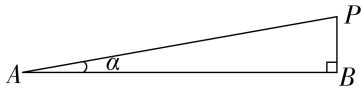
图(1)



图(2)

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

11. $| -5 | + \sqrt[3]{-27} =$ _____.
12. 不等式组 $\begin{cases} x \geq -2, \\ 2x - 3 < 5 \end{cases}$ 的解集是 _____.
13. 无人机警戒在高速公路场景中的应用,是我国低空经济高质量发展的重要实践方向. 如图,在高速公路 上,交警在 A 处操控无人机巡查,无人机从点 A 处飞行到点 P 处悬停,探测到它的正下方公路上点 B 处有汽车发生故障. 测得 A 处到 P 处的距离为 500 m,从点 A 观测点 P 的仰角为 $\alpha, \cos \alpha = 0.98$, 则 A 处到 B 处的距离为 _____ m.
14. 现有六张分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 的卡片,其中标有数字 1, 4, 5 的卡片在甲手中,标有数字 2, 3, 6 的卡片在乙手中. 两人各随机出一张卡片,甲出的卡片数字比乙大的概率是 _____.

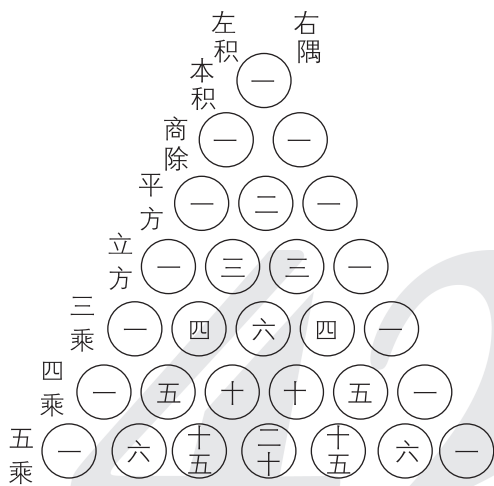


15. 【文化欣赏】

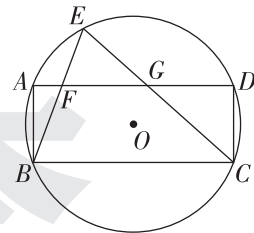
我国南宋时期数学家杨辉于 1261 年写下《详解九章算法》,书中记载的二项和的乘方 $(a+b)^n$ 展开式的系数规律如图所示,其中“三乘”对应的展开式: $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

【应用体验】

已知 $(x+2)^4 = x^4 + mx^3 + 24x^2 + 32x + 16$, 则 m 的值为 _____.



(第 15 题图)



(第 16 题图)

16. 如图,矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O, E$ 是 \widehat{AD} 上一点,连结 EB, EC 分别交 AD 于点 F, G . 若 $AF = 1, EG = FG = 3$, 则 $\odot O$ 的直径为 _____.
17. (本小题满分 8 分)化简求值: $x(5-x) + x^2 + 3$, 其中 $x = 2$.

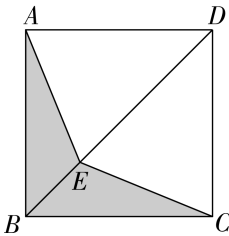
18. (本小题满分 8 分)解分式方程: $\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x-1}=0$.

19. (本小题满分 8 分)【问题背景】

如图所示,某兴趣小组需要在正方形纸板 $ABCD$ 上剪下机翼状纸板(阴影部分),点 E 在对角线 BD 上.

【数学理解】

- (1)该机翼状纸板是由两个全等三角形组成,请写出 $\triangle ABE \cong \triangle CBE$ 的证明过程.
- (2)若裁剪过程中满足 $DE=DA$,求“机翼角” $\angle BAE$ 的度数.



20. (本小题满分 8 分)2024 年 11 月 9 日是浙江省第 31 个消防日,为增强师生消防安全意识、提高自救防范能力,某县教育与消防部门共同组织消防知识竞赛. 全县九年级共 120 个班,每班选派 10 名选手参加. 随机抽取其中 10 个班级,统计其获奖人数,结果如下表.

| 班级 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⑩ |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 获奖人数 | 7 | 8 | 6 | 8 | 6 | 6 | 9 | 7 | 8 | 5 |

- (1)若①班获奖选手的成绩分别为(单位:分)83,91,83,90,83,88,91,求该班获奖选手成绩的众数与中位数.
- (2)根据统计信息,估计全县九年级参赛选手获奖的总人数.

21. (本小题满分 8 分)【阅读理解】

同学们,我们来学习利用完全平方公式: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 近似计算算术平方根的方法.

例如求 $\sqrt{67}$ 的近似值.

因为 $64 < 67 < 81$,所以 $8 < \sqrt{67} < 9$,

则 $\sqrt{67}$ 可以设成以下两种形式:

① $\sqrt{67} = 8 + s$,其中 $0 < s < 1$;

② $\sqrt{67} = 9 - t$,其中 $0 < t < 1$.

小明以①的形式求 $\sqrt{67}$ 的近似值的过程如图.

因为 $\sqrt{67} = 8 + s$,
所以 $67 = (8 + s)^2$,
即 $67 = 64 + 16s + s^2$.
因为 s^2 比较小,
将 s^2 忽略不计,
所以 $67 \approx 64 + 16s$,
即 $16s \approx 67 - 64$,
得 $s \approx \frac{67 - 64}{16} = \frac{3}{16}$,
故 $\sqrt{67} \approx 8 + \frac{3}{16} \approx 8.19$.

【尝试探究】

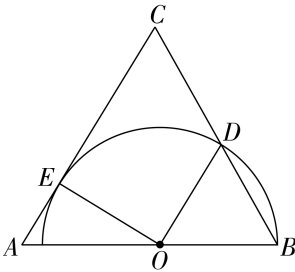
- (1)请用②的形式求 $\sqrt{67}$ 的近似值(结果保留 2 位小数).

【比较分析】

- (2)你认为用哪一种形式得出的 $\sqrt{67}$ 的近似值的精确度更高,请说明理由.

22. (本小题满分 10 分)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 O 在边 AB 上,以点 O 为圆心, OB 长为半径的半圆,交 BC 于点 D ,与 AC 相切于点 E ,连结 OD,OE .

- (1)求证: $OD \perp OE$.
- (2)若 $AB=BC,OB=\sqrt{3}$,求四边形 $ODCE$ 的面积.



23. (本小题满分 10 分)已知抛物线 $y = x^2 - ax + 5$ (a 为常数)经过点 $(1, 0)$.

- (1)求 a 的值.
- (2)过点 $A(0, t)$ 与 x 轴平行的直线交抛物线于 B, C 两点,且点 B 为线段 AC 的中点,求 t 的值.
- (3)设 $m < 3 < n$,抛物线的一段 $y = x^2 - ax + 5$ ($m \leq x \leq n$) 夹在两条均与 x 轴平行的直线 l_1, l_2 之间. 若直线 l_1, l_2 之间的距离为 16,求 $n - m$ 的最大值.

24. (本小题满分 12 分)在菱形 $ABCD$ 中, $AB=5,AC=8$.

- (1)如图(1),求 $\sin \angle BAC$ 的值.
- (2)如图(2), E 是 AD 延长线上的一点,连结 BE ,作 $\triangle FBE$ 与 $\triangle ABE$ 关于直线 BE 对称, EF 交射线 AC 于点 P ,连结 BP .
 - ①当 $EF \perp AC$ 时,求 AE 的长.
 - ②求 $PA - PB$ 的最小值.

